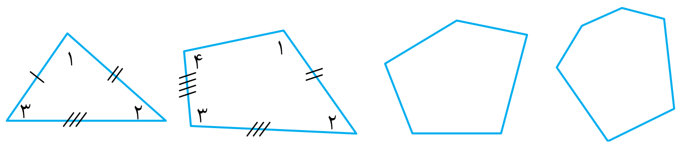
فصل سوم

چندضلعی‌ها

چندضلعی‌ها

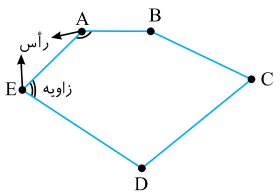
چندضلعی: به هر خط شکسته بسته «چندضلعی» گفته می‌شود.

چندضلعی‌ها را می‌توان با توجه به تعداد اضلاعشان به‌صورت: سه‌ضلعی‌ها، چهارضلعی‌ها، پنج‌ضلعی‌ها، شش‌ضلعی و ... دسته‌بندی کرد.



ساده‌ترین چندضلعی، سه‌ضلعی است که به آن مثلث می‌گویند.

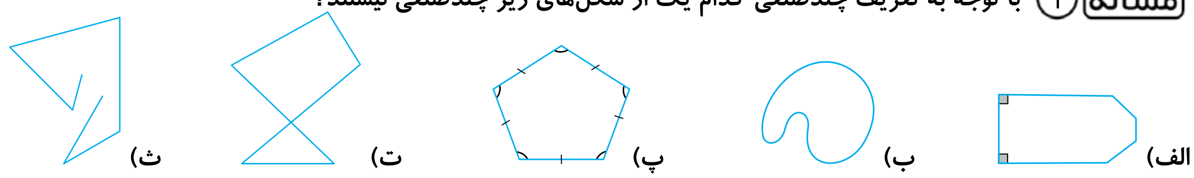
اگر یک چندضلعی n ضلع داشته باشد، به آن n ضلعی می‌گویند. هر n ضلعی، n رأس و n زاویه دارد.



«پنج‌ضلعی ABCDE»

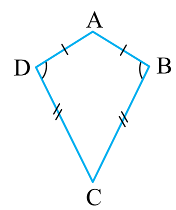
برای نام‌گذاری یک چندضلعی، می‌توان هر رأس آن را با یک حرف بزرگ انگلیسی نشان داد.

مسأله ۱ **با توجه به تعریف چندضلعی کدام یک از شکل‌های زیر چندضلعی نیستند؟**



راه‌حل: شکل‌های (الف) و (پ) چندضلعی هستند. شکل (ب) چندضلعی نیست، چون از خط شکسته ساخته نشده است. شکل (ت) نیز چندضلعی نیست، چون در آن اضلاع یک‌دیگر را قطع کرده‌اند. شکل (ث) نیز چندضلعی نیست چون بسته نیست.

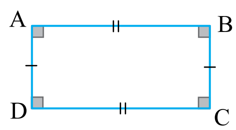
نکته در هر چندضلعی اضلاع برابر و زاویه‌های برابر را با علامت‌گذاری یکسان نشان می‌دهیم.



$AB = AD$

$BC = CD$

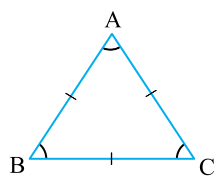
$\hat{B} = \hat{D}$



$AB = CD$

$BC = AD$

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = ۹۰$



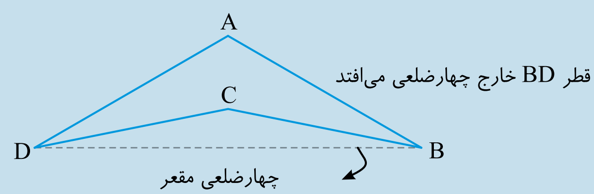
$AB = AC = BC$

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$

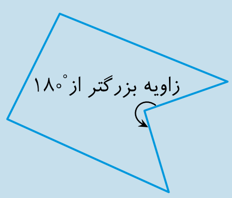
نکته

اگر در یک چندضلعی همه زاویه‌ها کوچک‌تر از ۱۸۰° باشند آن چندضلعی «**محدب**» است.

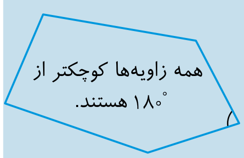
اگر در یک چندضلعی یک یا چند زاویه بزرگ‌تر از ۱۸۰° باشند، آن چندضلعی «**مقعر**» است. همچنین اگر در یک چندضلعی، حداقل یک قطر خارج از چندضلعی بیفتد، آن چندضلعی «**مقعر**» است.



چهارضلعی مقعر



پنج ضلعی مقعر

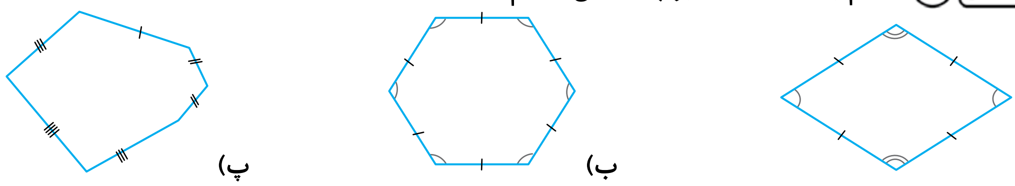


پنج ضلعی محدب

چندضلعی منتظم

اگر در یک چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها نیز با هم برابر باشند، به آن «چندضلعی منتظم» می‌گویند.

مسأله ۲ کدام یک از اشکال زیر چندضلعی منتظم است؟

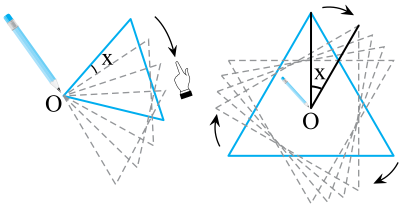


راه‌حل: فقط شکل «ب» چندضلعی منتظم است.

تقارن

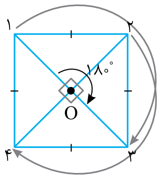
دوران

اگر یک شکل هندسی را دور یک نقطه (مرکز دوران) به اندازه زاویه x درجه بچرخانیم، می‌گوییم آن شکل را حول مرکز دوران O به اندازه x درجه دوران داده‌ایم.



مرکز تقارن

اگر شکلی را حول یک نقطه به اندازه ۱۸۰° دوران دهیم و آن شکل روی خود منطبق شود، می‌گوییم شکل مرکز تقارن دارد یا آن نقطه مرکز تقارن شکل است. برای مثال مربع مرکز تقارن دارد.

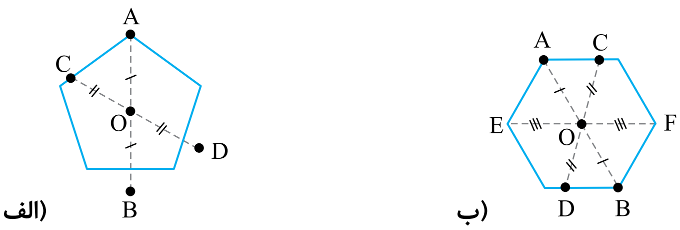


نکته

اگر قرینه همه نقاطی که روی یک چندضلعی قرار دارد را نسبت به یک نقطه به‌دست آوریم و همه قرینه‌ها دوباره روی چندضلعی بیفتد، آن نقطه مرکز تقارن است. به طور مثال مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن ندارد اما مربع مرکز تقارن دارد.

مسأله ۳ در کدام یک از چندضلعی‌های زیر، نقطه مشخص شده، مرکز تقارن است؟

راه‌حل: برای بررسی مرکز تقارن بودن یک نقطه، علاوه بر راس‌های شکل از نقطه‌های روی طول پاره‌خط هم استفاده کنید.

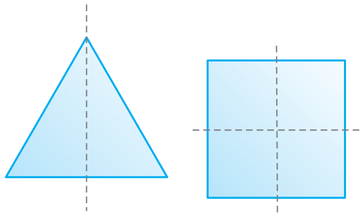


نکته

چندضلعی‌های منتظم که تعداد اضلاعشـان فرد اسـت، مرکز تقارن ندارند. اما همه‌ی چندضلعی‌های منتظم با تعداد اضلاع زوج مرکز تقارن دارند.

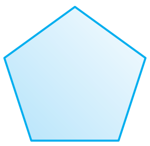
محور تقارن

اگر بتوانیم یک چندضلعی را از روی یک خط تا بزنیم و چندضلعی روی خود منطبق شود، آن خط را «محور تقارن» یا «خط تقارن» می‌گویند. هر محور تقارن شـکل را به دو قسـمت کاملاً مسـاوی تقسیم می‌کند. به طور مثال:

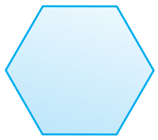


مسأله ۴ **خطوط تقارن چندضلعی‌های زیر را رسم کنید.**

الف)

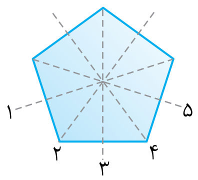


ب)

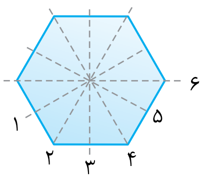


راه‌حل:

الف)



ب)

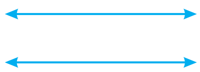


نکته هر چندضلعی منتظم، به تعداد اضلاعش، محور تقارن دارد.

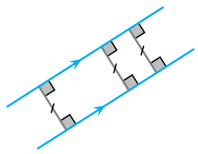
توازی و تعامد

مفهوم توازی یا موازی بودن

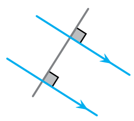
«دو خطی که هیچ‌گاه روی صفحه کاغذ به هم نمی‌رسند.»



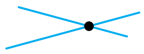
«دو خطی که فاصله آن‌ها از یک‌دیگر، همواره برابر است.»



«دو خطی که هر دو بر یک خط دیگر عمود هستند.»



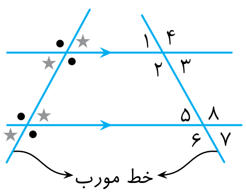
هر سه جمله بالا تعریفی از دو خط موازی است.

دقت کنید!!! دو خطی که روی صفحه، موازی نیستند.  یا 

نکته اگر دو خط l و m با هم موازی باشند، می‌نویسیم: $l \parallel m$ و اگر بر هم عمود باشند، می‌نویسیم $l \perp m$.

خطوط موازی و خط مورب

اگر دو خط موازی را یک خط دیگر قطع کند، همه زاویه‌های تند ساخته شده با هم و همه زاویه‌های باز ساخته شده با هم برابر خواهند بود. در شکل زیر، زاویه‌های برابر با علامت یکسان نشان داده شده‌اند.



$\Rightarrow$ زاویه‌های تند $\rightarrow \hat{۱}=\hat{۳}=\hat{۵}=\hat{۷}$

زاویه‌های باز $\rightarrow \hat{۲}=\hat{۴}=\hat{۶}=\hat{۸}$

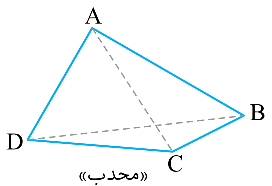
نکته

اگر دو خط موازی را یک خط مورب قطع کند، مجموع یک زاویه تند و یک زاویه باز ساخته شده برابر ۱۸۰° می‌شود. پس با توجه به شکل بالا:

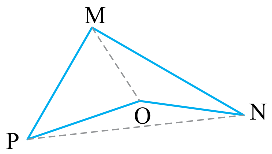
$\hat{۲}+\hat{۵}=\hat{۱}+\hat{۶}=۱۸۰^\circ \quad , \quad \hat{\bullet}+\hat{\bigstar}=۱۸۰^\circ$

چهارضلعی‌ها

چهارضلعی: هر چهارضلعی، چهار رأس و چهار زاویه دارد. همچنین هر چهارضلعی دو قطر دارد. چهارضلعی‌ها می‌توانند «محدب» یا «مقعر» باشند.



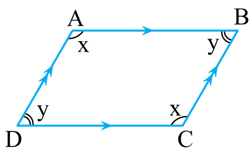
«محدب»



«مقعر»

چهارضلعی‌ها را می‌توان با توجه به وضعیت قرارگیری ضلع‌ها نسبت به هم و اندازه‌ی زاویه‌ها دسته‌بندی کرد. معروف‌ترین و پرکاربردترین چهارضلعی‌ها متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی، مربع و ذوزنقه می‌باشند.

متوازی‌الاضلاع: چهارضلعی‌ای که ضلع‌های روبه‌روی آن دو به دو با هم موازی هستند را متوازی‌الاضلاع می‌گویند.



نکته

خواص ویژه هر متوازی‌الاضلاع:

۱) دو ضلع روبه‌رو با هم موازی و مساوی‌اند.

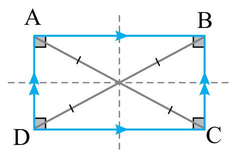
۲) دو زاویه روبه‌رو با هم مساوی‌اند. (شکل بالا: $\hat{B}=\hat{D}=y \quad , \quad \hat{A}=\hat{C}=x$)

۳) مجموع هر دو زاویه مجاور ۱۸۰° است. (شکل بالا: $\hat{C}+\hat{D}=\hat{C}+\hat{B}=\hat{A}+\hat{D}=\hat{A}+\hat{B}=x+y=۱۸۰^\circ$)

۴) قطرها یک‌دیگر را نصف می‌کنند، اما ممکن است بر هم عمود یا با هم مساوی نباشند.

۵) محل برخورد قطرها، مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع است.

مستطیل: متوازی‌الاضلاعی که یک زاویه قائمه دارد مستطیل است. هر مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است. پس همه خواص متوازی‌الاضلاع را دارد.



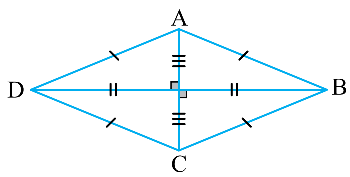
نکته

خواص ویژه هر مستطیل:

۱) همه زاویه‌های آن ۹۰° است.

۲) قطرها با هم برابرند و یک‌دیگر را نصف می‌کنند.

لوزی: متوازی‌الاضلاعی که چهار ضلع آن با هم برابر باشد، لوزی است. هر لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است. پس همه خواص متوازی‌الاضلاع را دارد.



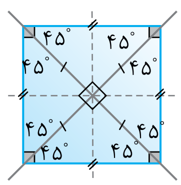
نکته

خواص ویژه هر لوزی:

۱) قطرها برهم عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند (عمود منصف یکدیگرند).

۲) قطرها، نیمساز زاویه خودشان هستند.

مربع: مستطیلی که اضلاع آن با هم برابرند، یا لوزی‌ای که یک زاویه قائمه دارد، مربع است. پس مربع نوعی مستطیل یا نوعی لوزی است. پس مربع نوعی متوازی‌الاضلاع است. بنابراین هر مربعی همه خواص مستطیل، لوزی و متوازی الاضلاع را دارد.



نکته

خواص ویژه هر مربع:

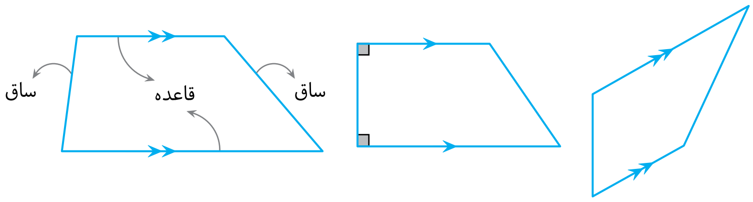
۱) قطرها با هم برابرند، بر هم عمودند و یک‌دیگر را نصف می‌کنند.

۲) هر مربع دارای ۴ محور تقارن است.

مسأله ۵ **می‌دانیم «در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند». آیا می‌توان گفت «در هر لوزی زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند»؟ چرا؟**

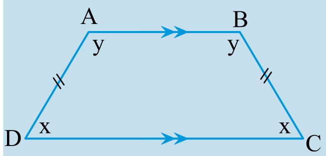
راه‌حل: بله. چون هر لوزی متوازی‌الاضلاع است پس همه خواص آن را دارد. در نتیجه جمله «در هر لوزی زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند» درست است.

ذوزنقه: به چهارضلعی‌ای که فقط دو ضلع آن با هم موازی‌اند، ذوزنقه می‌گویند. اشکال زیر همه ذوزنقه هستند.

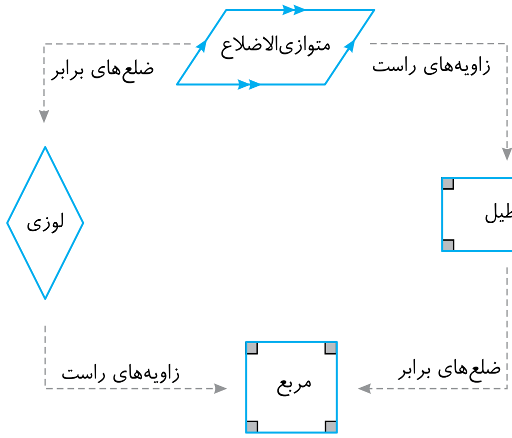


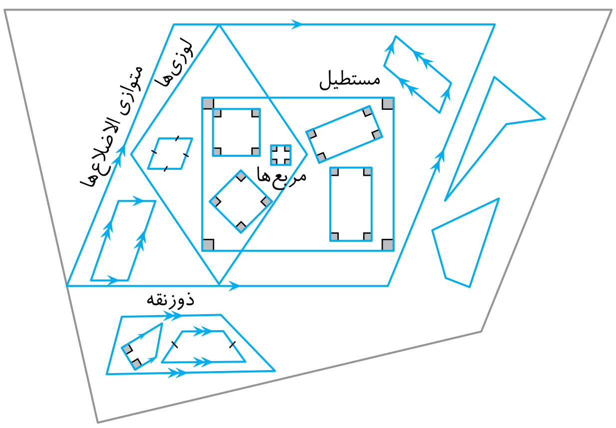
نکته اگر در ذوزنقه طول دو ساق با هم برابر باشند، آن ذوزنقه متساوی‌الساقین است. در ذوزنقه متساوی‌الساقین زاویه‌های پای ساق با هم برابرند.

$$\left.\begin{array}{l} AB\,||\,CD \\ AD=BC \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}=\hat{B}\,,\,\hat{C}=\hat{D}$$



نمودار دسته‌بندی چهارضلعی‌ها

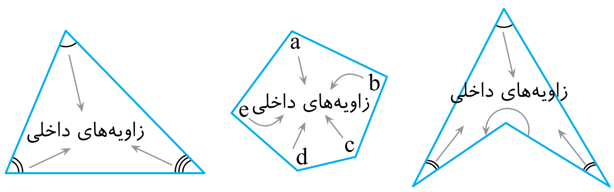




زاویه‌های داخلی

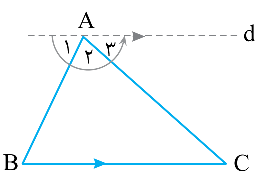
از برخورد دو نیم‌خط یا دو پاره‌خط یک زاویه به‌وجود می‌آید. پس با برخورد اضلاع چندضلعی‌ها به تعداد اضلاعشان زاویه به‌وجود می‌آید.

زاویه‌های داخلی: به زاویه‌های درون هر چندضلعی، زاویه‌های داخلی می‌گویند.



مجموع زاویه‌های داخلی در چندضلعی‌ها

از ساده‌ترین چندضلعی یعنی مثلث شروع می‌کنیم. مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث چقدر است؟ اگر از یک رأس مثلث خطی موازی با ضلع روبه‌روی آن رسم کنیم، می‌توان نوشت:



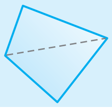
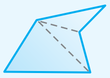
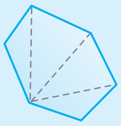
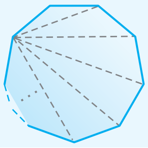
$d\,||\,BC$, مورب $AC \Rightarrow \hat{C}=\hat{A}_۳$

$d\,||\,BC$, مورب $AB \Rightarrow \hat{B}=\hat{A}_۱$

مجموع زاویه‌های داخلی مثلث $=\hat{A}_۲+\hat{B}+\hat{C}=\hat{A}_۲+\hat{A}_۱+\hat{A}_۳=$ زاویه‌ی نیم صفحه $=۱۸۰^\circ$

نکته مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث برابر ۱۸۰° است.

برای محاسبه زاویه های داخلی یک چندضلعی، همه قطرها را از یک رأس رسم می‌کنیم. هرچندضلعی به تعدادی مثلث تبدیل می‌شود. در این حالت تعداد مثلث‌های به‌وجود آمده همواره ۲ تا از تعداد اضلاع کم‌تر است. مجموع زاویه‌های داخلی برابر حاصل‌ضرب تعداد مثلث‌ها در عدد ۱۸۰° است. جدول زیر این کار را نشان می‌دهد.

مجموع زاویه‌های داخلی	تعداد مثلث ساخته شده	شکل	تعداد ضلع‌ها
$۱\times۱۸۰^\circ=(۳-۲)\times۱۸۰^\circ=۱۸۰^\circ$	$۱=(۳-۲)$		۳
$۲\times۱۸۰^\circ=(۴-۲)\times۱۸۰^\circ=۳۶۰^\circ$	$۲=(۴-۲)$		۴
$۳\times۱۸۰^\circ=(۵-۲)\times۱۸۰^\circ=۵۴۰^\circ$	$۳=(۵-۲)$		۵
$۴\times۱۸۰^\circ=(۶-۲)\times۱۸۰^\circ=۷۲۰^\circ$	$۴=(۶-۲)$		۶
$(n-۲)\times۱۸۰^\circ$	$n-۲=(n-۲)$		n

نکته

مجموع زاویه‌های داخلی هر چندضلعی (محدب یا مقعر) از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

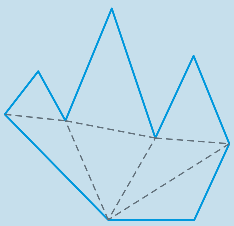
تعداد ضلع‌های چندضلعی $=n \Rightarrow$ مجموع زاویه‌های داخلی n ضلعی $=(n-۲)\times۱۸۰^\circ$

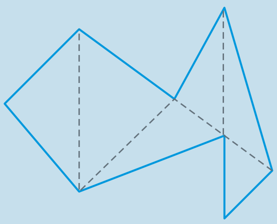
مسأله ۶ مجموع زاویه‌های داخلی یک ۲۰ ضلعی چقدر است؟

راه‌حل: $n=۲۰ \Rightarrow$ مجموع زاویه‌های داخلی ۲۰ ضلعی $=(۲۰-۲)\times۱۸۰^\circ=۳۲۴۰^\circ$

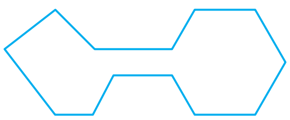
نکته

دقت کنید!!! در برخی چندضلعی‌ها با رسم همه قطرها از روی یک رأس، نمی‌توان چندضلعی را به طور کامل به مثلث‌های کوچکتر تقسیم بندی کرد. امّا مشکلی نیست و به هر نحوی که این تقسیم بندی انجام شود، تعداد مثلث‌های ساخته شده در هر n ضلعی، برابر $(n-۲)$ است.


«۷ مثلث» ← «نه ضلعی»

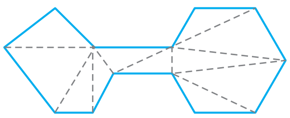

«۶ مثلث» ← «هشت ضلعی»

مسأله ۷ مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی مقابل را به‌دست آورید.



راه‌حل: از روش تقسیم بندی تعداد مثلث‌ها ۱۱ تا می‌شود و در نتیجه:

مجموع زاویه‌های داخلی $۱۱\times۱۸۰=۱۹۸۰$



زاویه داخلی در چندضلعی‌های منتظم

همه‌ی زاویه‌های داخلی در چندضلعی منتظم با هم برابرند. پس اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی چندضلعی منتظم برابر است با حاصل‌تقسیم مجموع کل زاویه‌های داخلی بر تعداد اضلاع چندضلعی.

نکته

اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی چندضلعی منتظم از رابطه‌ی روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\frac{\text{مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی منتظم}}{\text{تعداد اضلاع}}=\frac{(n-۲)\times ۱۸۰^\circ}{n}$$

مسأله ⑧ جدول زیر را تکمیل کنید.

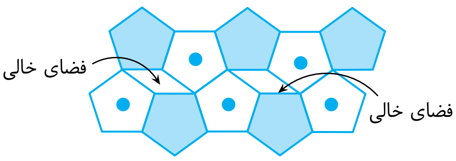
شکل هندسی	تعداد اضلاع	مجموع زاویه داخلی	اندازه هر زاویه
مثلث متساوی‌الاضلاع	۳	$(۳-۲)\times ۱۸۰=۱۸۰$	$\frac{۱۸۰}{۳}=۶۰$
مربع	....	$(\cdots-\cdots)\times ۱۸۰=$	$\frac{\cdots}{\cdots}=\cdots$
پنج‌ضلعی منتظم	....	....	....
شش‌ضلعی منتظم	....	....	....

راه‌حل:

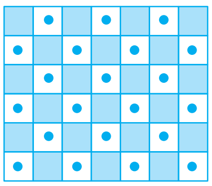
شکل هندسی	تعداد اضلاع	مجموع زاویه داخلی	اندازه هر زاویه
مثلث متساوی‌الاضلاع	۳	$(۳-۲)\times ۱۸۰=۱۸۰$	$\frac{۱۸۰}{۳}=۶۰$
مربع	۴	$(۴-۲)\times ۱۸۰=۳۶۰$	$\frac{۳۶۰}{۴}=۹۰$
پنج‌ضلعی منتظم	۵	$(۵-۲)\times ۱۸۰=۵۴۰$	$\frac{۵۴۰}{۵}=۱۰۸$
شش‌ضلعی منتظم	۶	$(۶-۲)\times ۱۸۰=۷۲۰$	$\frac{۷۲۰}{۶}=۱۲۰$

کاشی‌کاری

به چیدن اشکال هندسی روی یک صفحه و در کنار هم به‌طوری که روی هم قرار نگیرند و هیچ فضای خالی بین‌شان نباشد، کاشی‌کاری می‌گویند.

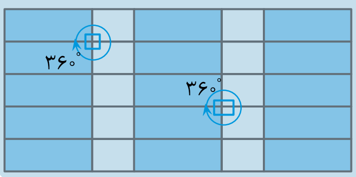


این چینش کاشی‌کاری نیست. چون در آن فضای خالی وجود دارد.


کاشی کاری

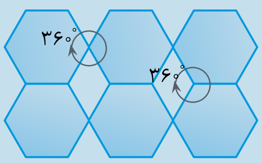
نکته

در همه‌ی کاشی‌کاری‌ها مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی‌هایی که در یک نقطه کنار هم قرار می‌گیرند، باید برابر ۳۶۰° باشد.

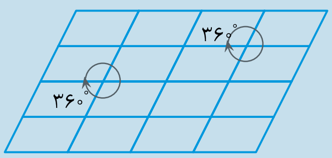


نکته

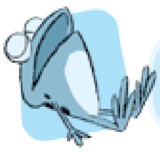
کاشی‌کاری را می‌توان با کنار هم قرار دادن یک چندضلعی خاص، یا به وسیله‌ی دو یا چند نوع چندضلعی مختلف ساخت. فقط کافی است تا شرط نکته‌ی قبل در آن‌ها رعایت شود.



«کاشی‌کاری با استفاده از شش‌ضلعی منتظم و لوزی»



«کاشی‌کاری با استفاده از متوازی‌الاضلاع»



کار در مدرسه

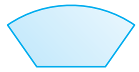
تمرین و پاسخ

چندضلعی‌ها و تقارن

در هر یک از سؤالات زیر گزینه‌ی درست را انتخاب کنید و علت را بنویسید.

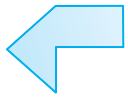
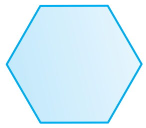
۱- در هندسه به هر خط .... چندضلعی می‌گویند.

الف) خمیده‌ی بسته **ب)** شکسته‌ی بسته

۲- شکل  چندضلعی ....، چون ....

الف) نیست - خط خمیده دارد. **ب)** است - خط بسته است.

۳- کدام چندضلعی محدب نیست؟

الف)  **ب)** 

۴- پنج‌ضلعی منتظم محور تقارن ....، اما .... ندارد.

الف) دارد - مرکز تقارن **ب)** ندارد - زاویه برابر

۵- درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

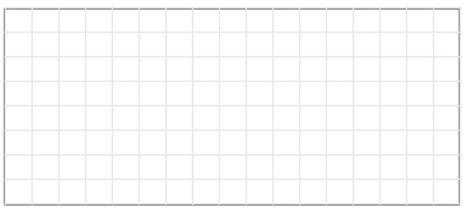
	درست	نادرست
الف) هر چندضلعی که ضلع‌های برابر دارد را چند ضلعی منتظم می‌گویند.		
ب) اگر یک چندضلعی را حول مرکز تقارنش به اندازه‌ی $180°$ دوران دهیم، روی خود منطبق می‌شود.		
پ) همه‌ی شش‌ضلعی‌ها، شش خط تقارن دارند.		
ت) همه‌ی چندضلعی‌های منتظم، مرکز تقارن دارند.		

۶- هر یک از چندضلعی‌های زیر را در جدول رسم کنید.

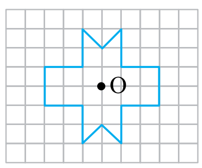
الف) یک چهارضلعی منتظم

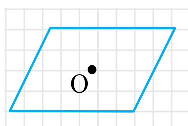
ب) یک شش‌ضلعی غیر منتظم

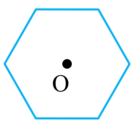
پ) یک پنج‌ضلعی با دو زاویه‌ی قائمه

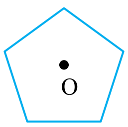


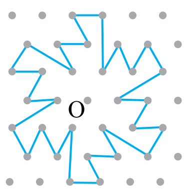
۷- در کدام یک از شکل‌های زیر نقطه O مرکز تقارن است؟

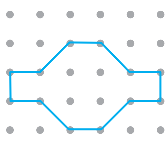
ت) 

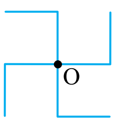
پ) 

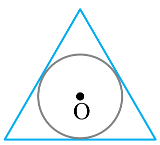
ب) 

الف) 

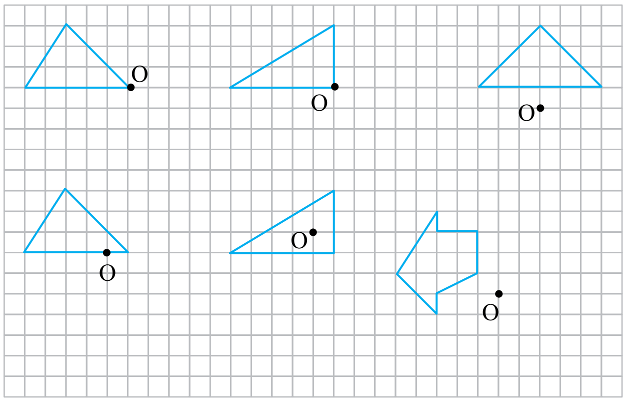
ح) 

چ) 

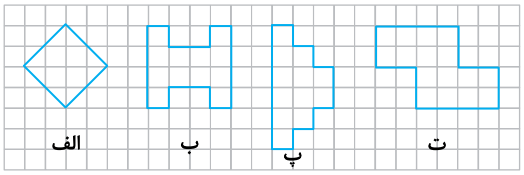
ج) 

ث) 

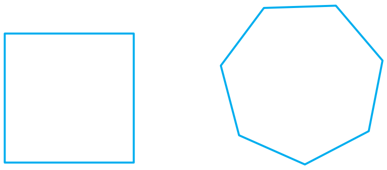
۸- قرینه هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به نقطه O رسم کنید.



۹- کدام یک از شکل‌های زیر مرکز تقارن دارد؟ آن را مشخص کنید.



۱۰- محورهای تقارن چندضلعی‌های زیر را رسم کنید. هر کدام چند محور تقارن دارند؟

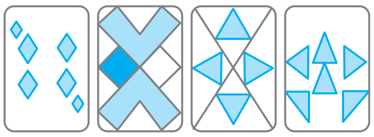


مربع　　　هفت ضلعی منتظم

۱۱- با توجه به تصاویر روبه‌رو به پرسش‌ها پاسخ دهید.

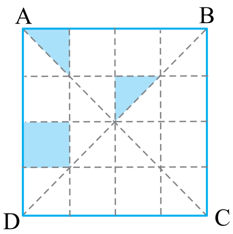
الف) کدام یک از کارت‌ها، هم محور تقارن عمودی دارد و هم محور تقارن افقی؟

ب) کدام تصویر محور تقارن دارد، اما مرکز تقارن ندارد؟

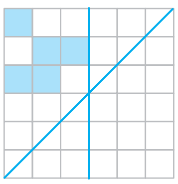


A　B　C　D

۱۲- تصویر زیر را طوری رنگ‌آمیزی کنید که پاره‌خط‌های AC و BD هر دو محور تقارن آن باشند؟



۱۳- حداقل تعداد مربع‌هایی که باید رنگ کرد تا تصویر روبه‌رو نسبت به هر دو پاره‌خط مشخص شده، تقارن محوری داشته باشد چقدر است؟



توازی و تعامد

در هر یک از سؤال‌های زیر گزینه صحیح را انتخاب کرده و علت آن را بنویسید.

۱۴- دو خط موازی هستند، اگر ....

الف) هیچ‌گاه یک‌دیگر را قطع نکنند.　　**ب)** با هم برابر باشند.

۱۵- اگر خطی، دو خط موازی را قطع کند، با آن‌ها زاویه‌های .... تشکیل می‌دهد.

الف) قائمه　　**ب)** مساوی

۱۶- اگر $a \perp b$ و $a \perp c$ باشند، آنگاه می‌توان گفت ....

الف) $b || c$　　**ب)** $b \perp c$

۱۷- اگر خطی، دو خط موازی را قطع کند، ....

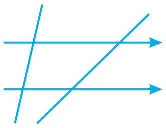
الف) فقط زاویه‌های تند ساخته شده با هم برابرند.

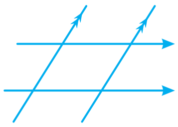
ب) زاویه‌های تند ساخته شده با هم و زاویه‌های باز ساخته شده با هم برابرند.

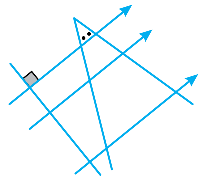
۱۸- اگر خطی، دو خط دیگر را قطع کند و با آن‌ها زاویه‌های مساوی بسازد، آن دو خط ....

الف) موازی هستند. **ب)** بر هم عمود هستند.

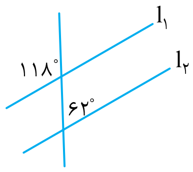
۱۹- در شکل‌های زیر، زاویه‌های مساوی با هم را با علامت یکسان نشان دهید.(در شکل پ) دو زاویه‌ی تند با علامت (•) نشان داده شده‌اند که با هم برابرند.)

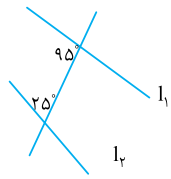
الف) 

ب) 

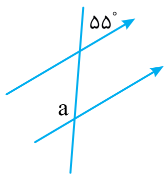
پ) 

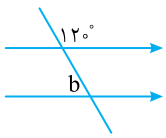
۲۰- در هر قسمت با توجه به شکل‌ها، موازی بودن خط l_1 با خط l_2 را بررسی کنید.

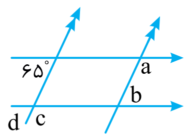
الف) 

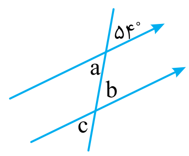
ب) 

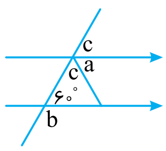
۲۱- در هر شکل، اندازه زاویه‌هایی که با حروف مشخص شده‌اند را به‌دست آورید.

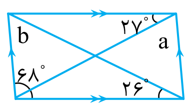
الف) 

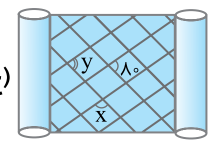
ب) 

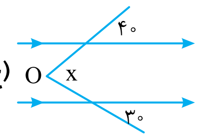
پ) 

ت) 

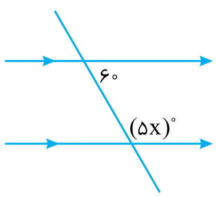
ث) 

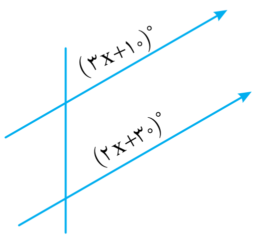
ج) 

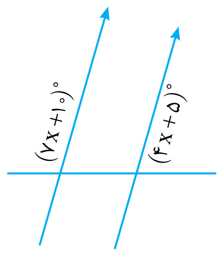
چ) 

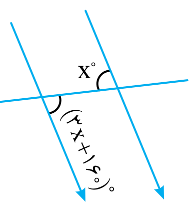
ح) 

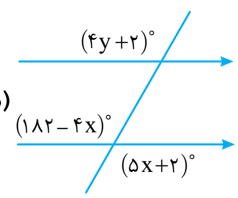
۲۲- در هر قسمت با تشکیل معادله اندازه زاویه‌ها را پیدا کنید.

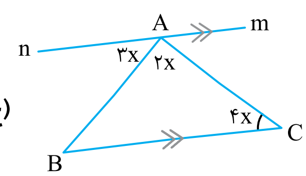
الف) 

ب) 

پ) 

ت) 

ث) 

ج) 

۲۳- در هر مورد شکل مربوطه را رسم کنید.

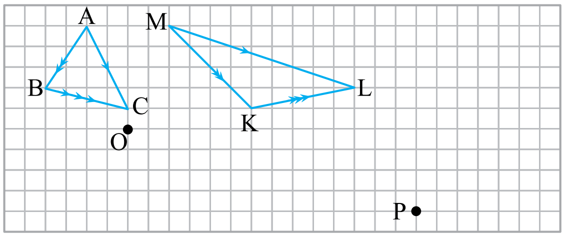
الف) $\begin{cases} l \parallel m \\ d \perp l \end{cases}$

ب) $\begin{cases} a \perp b \\ b \perp c \\ d \parallel c \end{cases}$

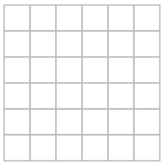
پ) $\begin{cases} a \parallel b \\ k \parallel m \\ p \perp b \end{cases}$

ت) $\begin{cases} a \parallel b \\ b \parallel c \\ d \parallel a \end{cases}$

۲۴- از نقطه‌های O و P مثلث‌هایی رسم کنید که هر سه ضلع آن‌ها به‌ترتیب با ضلع‌های مثلث‌های ABC و MKL موازی باشد.



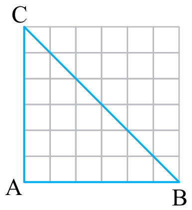
۲۵- یک مربع به ضلع ۴ واحد بکشید و عمودمنصف دو ضلع غیرموازی آن را رسم کنید.



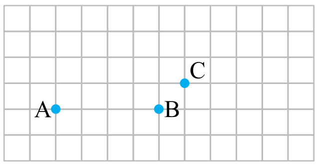
الف) آیا این عمودمنصف‌ها خط تقارن شکل هستند؟

ب) چرا دو عمودمنصف بر هم عمودند؟

۲۶- در شکل روبه‌رو عمودمنصف اضلاع مثلث ABC را رسم کنید. نتیجه‌گیری خود را بنویسید.



۲۷- در جدول روبه‌رو، همه متوازی‌الاضلاع‌ها و همه ذوزنقه‌های متساوی‌الساقینی که سه نقطه A ، B و C رأس‌های آن باشند را رسم کنید.



چهارضلعی‌ها

گزینه صحیح را در پرسش‌های زیر انتخاب کرده و علت را بنویسید.

۲۸- چهارضلعی که ضلع‌های روبه‌روی آن دو به دو با هم موازی‌اند، .... نام دارد.

الف) مستطیل　　**ب)** متوازی‌الاضلاع

۲۹- کدام گزینه جزء خواص همه متوازی‌الاضلاع‌ها نیست؟

الف) قطرها با هم مساوی‌اند.　　**ب)** زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند.

۳۰- در هر مربع، ....

الف) قطرها عمودمنصف یک‌دیگرند.　　**ب)** قطرها برابر نیستند.

۳۱- هر مستطیل نوعی .... است.

الف) لوزی　　**ب)** متوازی‌الاضلاع

۳۲- چندضلعی‌های زیر را با توجه به خاصیتی که دارند در جاهای خالی قرار دهید.

ذوزنقه	مربع	متوازی‌الاضلاع
همه چهارضلعی‌ها	لوزی	مثلث متساوی‌الاضلاع
مستطیل	ذوزنقه متساوی‌الساقین	

الف) قطرها یک‌دیگر را نصف می‌کنند. (.........)　　**ب)** قطرها با هم برابرند. (.........)

پ) ضلع‌های روبه‌رو دو به دو با هم برابرند. (.........)　　**ت)** هر دو قطر نیمساز زاویه خود هستند. (.........)

ث) قطرها بر هم عمودند. (.........)　　**ج)** مجموع زاویه‌های داخلی برابر 360° است. (.........)

چ) زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند. (.........)　　**ح)** قطرها بر هم عمودند و یک‌دیگر را نصف می‌کنند. (.........)

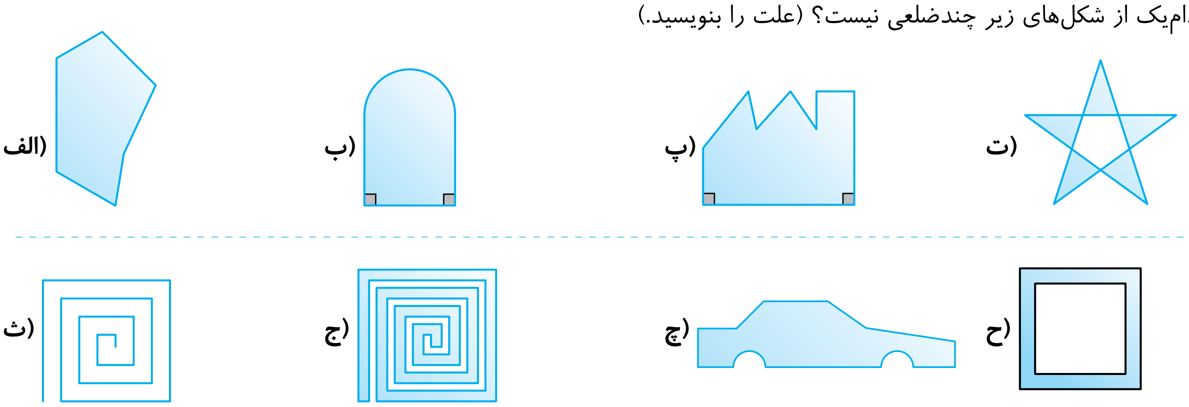
کار در خانه

تمرین بدون پاسخ

فصل سوم چندضلعی‌ها

چند ضلعی‌ها و تقارن

۱- کدام‌یک از شکل‌های زیر چندضلعی نیست؟ (علت را بنویسید.)



۲- در صفحه‌ی مقابل هر یک از چندضلعی‌های خواسته شده را رسم کنید.

الف) مثلثی که یک زاویه قائمه دارد.

ب) چهارضلعی که دو زاویه قائمه دارد.

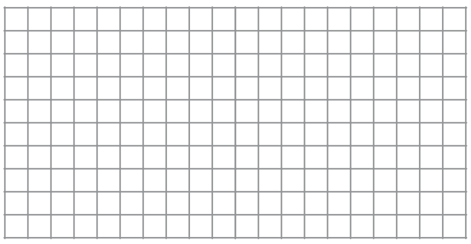
پ) پنج‌ضلعی که سه زاویه قائمه دارد.

ت) شش‌ضلعی که چهار زاویه قائمه دارد.

ث) چهارضلعی با دو زاویه تند

ج) شش‌ضلعی که چهار زاویه تند دارد.

چ) پنج‌ضلعی که یک خط راست، چهار ضلع آن را قطع کند.



۳- در صفحه‌ی مقابل هر یک از چندضلعی‌های خواسته شده را رسم کنید.

الف) مربع به ضلع ۲

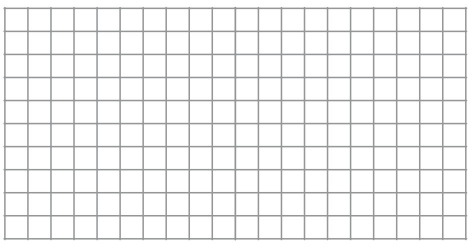
ب) مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

پ) مثلثی به مساحت ۶

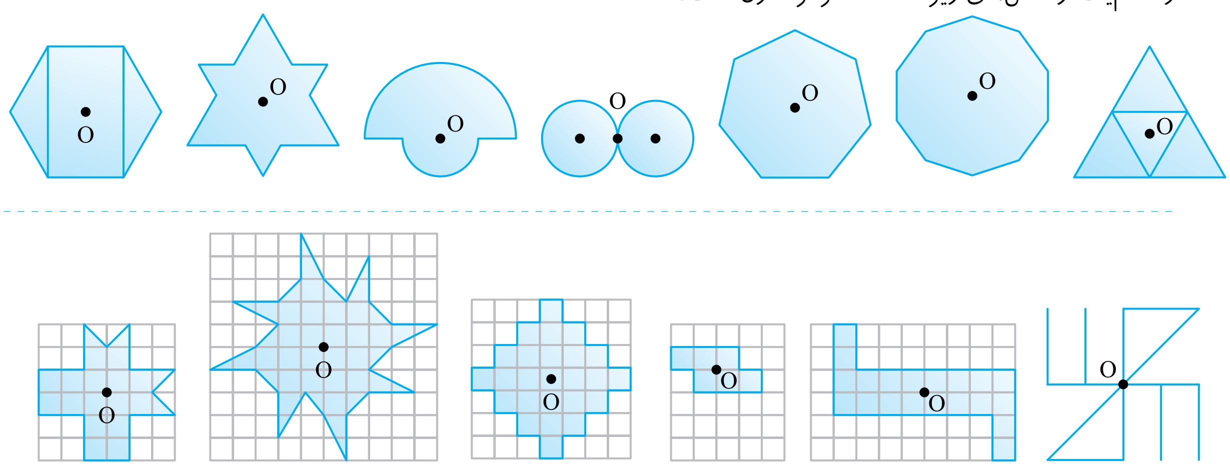
ت) لوزی

ث) چهارضلعی که طول سه ضلع آن ۲، ۳ و ۴ باشد.

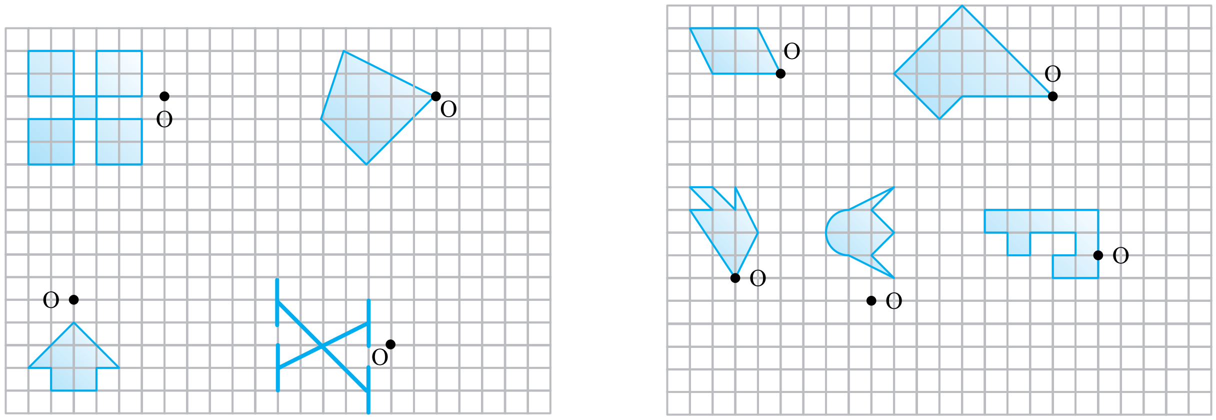
ج) شش‌ضلعی با چهار ضلع برابر



۴- در کدام‌یک از شکل‌های زیر نقطه O مرکز تقارن است؟

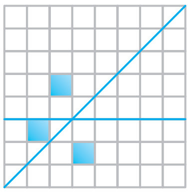


۵- قرینه هر شکل را نسبت به نقطه O رسم کنید.



۶- چهار سکه دایره‌ای شکل داریم که می‌توانیم آن‌ها را فقط درون مربع‌ها قرار دهیم. می‌توانیم از ۱، ۲، ۳ یا ۴ سکه استفاده کنیم. به چند حالت می‌توان این سکه‌ها را درون مربع‌ها قرار داد که شکل دارای مرکز تقارن باشد؟

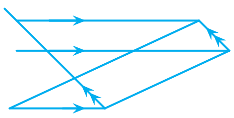
۷- حداقل تعداد مربع‌هایی که باید رنگ کرد تا تصویر زیر نسبت به هر دو پاره‌خط افقی و مورب مشخص شده، تقارن محوری داشته باشد، چقدر است؟



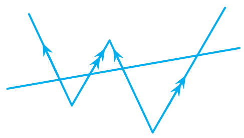
توازی و تعامد

۸- در هر شکل زاویه‌های برابر را با علامت‌گذاری نشان دهید.

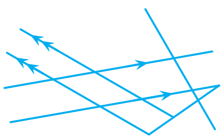
الف)



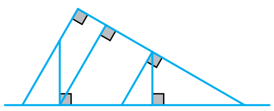
ب)



پ)

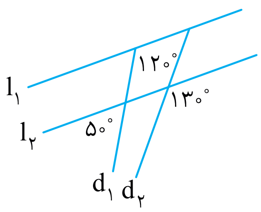


ت)

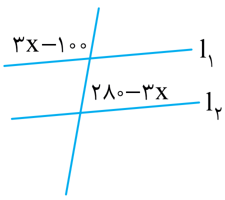


۹- موازی بودن خط‌های l_1 و l_2 و d_1 و d_2 را بررسی کنید.

الف)



ب)



۱۰- با توجه به اطلاعات داده شده شکل مورد نظر را رسم کنید.

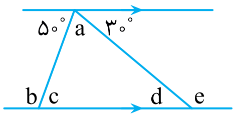
الف) $\begin{cases} d \perp n \\ m \perp n \\ d \nparallel m \end{cases}$

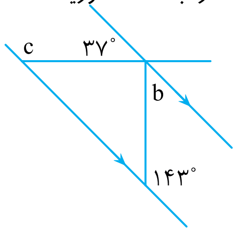
ب) $\begin{cases} l \perp m \\ d \perp n \\ n \nparallel l \end{cases}$

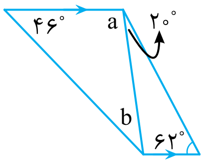
پ) $\begin{cases} l \parallel m \\ m \parallel n \\ n \parallel d \\ d \perp n \\ m \perp n \\ q \not\perp n \\ q \nparallel n \end{cases}$

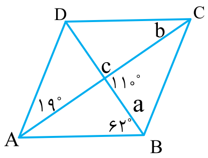
ت) $\begin{cases} a \perp b \\ b \perp c \\ c \perp d \\ d \perp a \end{cases}$

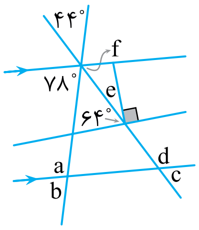
۱۱- در هر قسمت اندازه زاویه خواسته شده را به‌دست آورید.

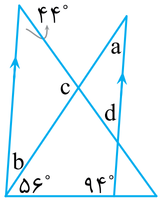
الف) 

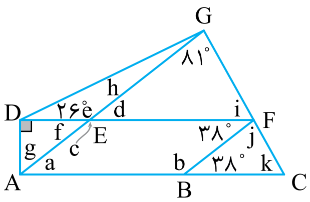
ب) 

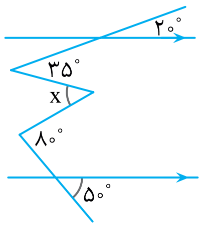
پ) 

ت) 

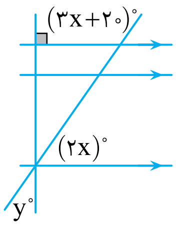
ث) 

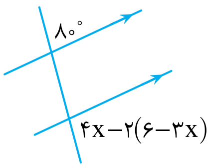
ج) 

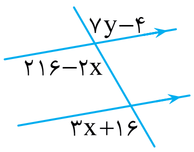
چ) 

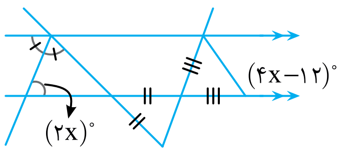
ح) 

۱۲- با تشکیل معادله اندازه زاویه‌ها را پیدا کنید.

الف) 

ب) 

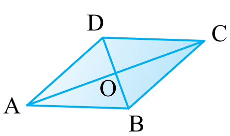
پ) 

ت) 

چهارضلعی‌ها

۱۳- ABCD یک لوزی است. $AD=10$ و $DO=6$.

الف) طول OB چقدر است؟ **ب)** طول BC چقدر است؟ **پ)** زاویه $A\hat{O}D$ چقدر است؟

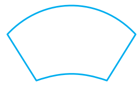


۱۴- نشان دهید در هر لوزی قطرها بر هم عمودند. (از محورهای تقارن استفاده کنید.)

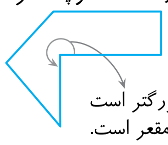
۱۵- اگر وسط ضلع‌های یک شش‌ضلعی منتظم را به هم وصل کنیم، چه نوع چندضلعی به‌وجود می‌آید؟ اگر وسط ضلع‌های یک پنج‌ضلعی را به هم وصل کنیم چطور؟ اگر این کار را با ۱۰۰ضلعی منتظم انجام دهیم چطور؟

۱۶- اگر وسط ضلع‌های یک مستطیل را به هم وصل کنیم، چه نوع چندضلعی ساخته می‌شود؟

پاسخ ۱ طبق تعریف به هر خط شکسته بسته‌ی چندضلعی می‌گویند، پس گزینه (ب) صحیح است.

پاسخ ۲ شکل  چندضلعی نیست چون چندضلعی از خط خمیده ساخته نمی‌شود، پس گزینه (الف) صحیح است.

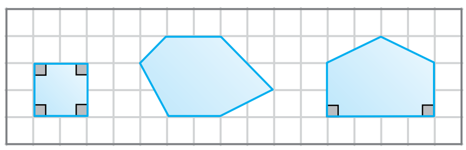
پاسخ ۳ همه زاویه‌های چندضلعی محدب از ۱۸۰° کوچک‌ترند. پس جواب گزینه (ب) است.



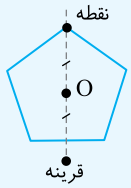
پاسخ ۴ هر پنج‌ضلعی منتظم ۵ محور تقارن دارد، اما مرکز تقارن ندارد. چون هر n ضلعی منتظم، n محور تقارن دارد اما در صورتی که تعداد اضلاع آن زوج باشد، مرکز تقارن دارد. پس جواب گزینه (الف) است.

پاسخ ۵ **الف)** نادرست است.
چون در هر چندضلعی منتظم همه زاویه‌ها با هم و همه ضلع‌ها با هم برابرند.
ب) درست است. هر چندضلعی که مرکز تقارن دارد را می‌توان با دوران ۱۸۰° حول مرکز تقارن دوباره روی خود منطبق کرد.
پ) نادرست است. در بین شش‌ضلعی‌ها فقط شش‌ضلعی‌های منتظم ۶ خط تقارن دارند.
ت) نادرست است. فقط چندضلعی‌های منتظمی که تعداد اضلاعشان زوج است، مرکز تقارن دارند.

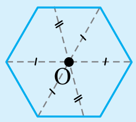
پاسخ ۶ **الف)** چهارضلعی منتظم همان مربع است. پس یک مربع رسم می‌کنیم.
پ) ابتدا زاویه‌های قائمه را رسم می‌کنیم و پس با توجه به آن‌ها ضلع‌های دیگر را می‌کشیم.



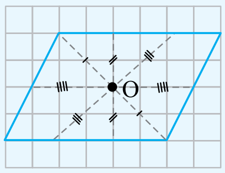
پاسخ ۷ در هر یک از شکل‌ها برای آن که بفهمیم نقطه O مرکز تقارن آن شکل هست یا نه، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:
قرینه یک نقطه از شکل را نسبت به نقطه‌ی O پیدا می‌کنیم (یعنی از آن نقطه به O وصل کرده و به همان اندازه از O ادامه می‌دهیم.)
اگر این قرینه نقطه‌ای از خود شکل نبود نتیجه می‌گیریم که O مرکز تقارن شکل نیست. اما اگر این قرینه نقطه‌ای از شکل بود، نقطه دیگری انتخاب کرده و روند بالا را تکرار می‌کنیم.

الف) 

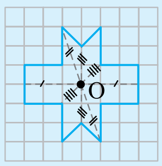
قرینه روی شکل نیست پس O مرکز تقارن نیست.

ب) 

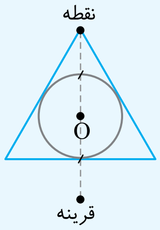
همه قرینه‌ها روی شکل می‌افتند پس O مرکز تقارن است.

پ) 

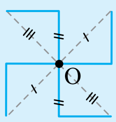
همه قرینه‌ها روی شکل می‌افتند پس O مرکز تقارن است.

ت) 

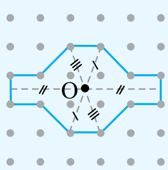
همه قرینه‌ها روی شکل می‌افتند پس O مرکز تقارن است.

ث) 

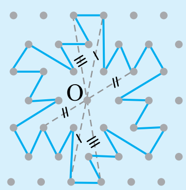
قرینه روی شکل نمی‌افتد پس O مرکز تقارن نیست.

ج) 

قرینه همه نقاط روی شکل می‌افتد پس O مرکز تقارن است.

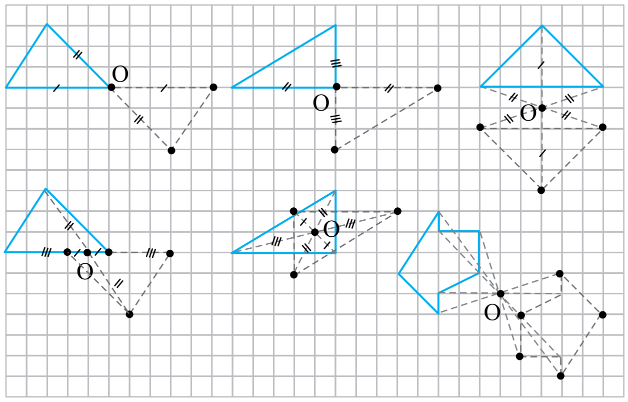
چ) 

قرینه همه نقاط روی شکل می‌افتد پس O مرکز تقارن است.

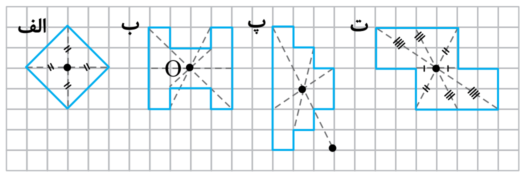
ح) 

قرینه همه نقاط روی شکل می‌افتد پس O مرکز تقارن است.

پاسخ ۸ برای یافتن قرینه یک شکل باید قرینه همه رئوس آن را نسبت به نقطه O به‌دست آوریم و نقاط قرینه‌ی به‌دست آمده را به هم وصل کنیم.

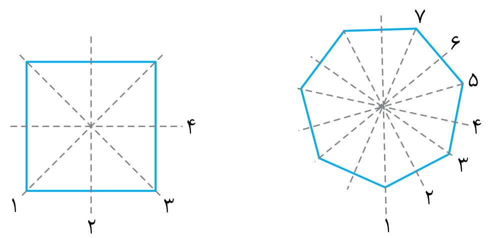


پاسخ ۹ باید نقطه‌ای را پیدا کنیم که قرینه همه نقاط نسبت به آن روی خود شکل بیفتد. این نقطه معمولاً نزدیک مرکز شکل است. (این روش با تمرین زیاد و حدس خوب جواب می‌دهد.)



علاوه بر راه بالا اگر شکلی دارای دو محور تقارن عمود بر هم باشد یا اینکه قرینه‌های آن نسبت به دو خط عمود بر هم، دقیقاً بر هم منطبق شوند، محل برخورد آن دو خط تقارن عمود بر هم، مرکز تقارن است. شکل‌های (الف) و (ب) دو خط تقارن دارند که بر هم عمودند، پس مرکز تقارن دارند. اما شکل پ فقط یک خط تقارن دارد. شکل ت محور تقارن ندارد اما اگر آن را نسبت به دو خط عمود بر هم تقارن دهیم، دقیقاً روی هم منطبق می‌شوند.

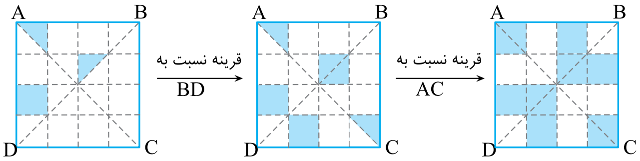
پاسخ ۱۰ محور تقارن خطی است که اگر چندضلعی را از روی آن تا کنیم، برخود منطبق می‌شود.



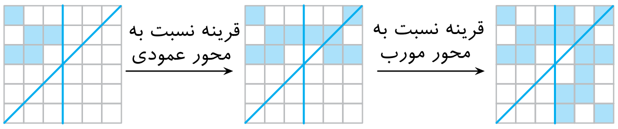
پاسخ ۱۱ **الف)** تصویر C محور تقارن عمودی و افقی دارد و تصویر B فقط محور تقارن افقی دارد و تصویر A اصلاً محور تقارن ندارد اما مرکز تقارن دارد.

ب) تصویر D محور تقارن عمودی دارد اما مرکز تقارن ندارد.

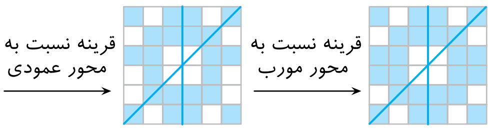
پاسخ ۱۲ ابتدا تصویر را نسبت به BD قرینه می‌کنیم و سپس نسبت به AC قرینه می‌کنیم.



پاسخ ۱۳ شکل‌ها را نسبت به هر دو پاره‌خط قرینه می‌کنیم.



شکل جدید نسبت به محور عمودی قرینه نیست، دوباره آن را نسبت به محور عمودی قرینه می‌کنیم.

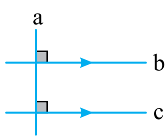


شکل نهایی نسبت به دو پاره‌خط عمودی و محور، متقارن است. در شکل نهایی ۲۴ مربع رنگ شده است. در شکل اول ۵ مربع رنگ شده بود. پس ۱۹=۵−۲۴ مربع جدید رنگ شده است.

پاسخ ۱۴ طبق تعریف دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی‌کنند. پس گزینه (الف) درست است.

پاسخ ۱۵ طبق قانون خطوط موازی و مورب، زاویه‌های مساوی تشکیل می‌شود. پس گزینه (ب) درست است.

پاسخ ۱۶ با رسم شکل به‌راحتی می‌توان فهمید که $b||c$ است.



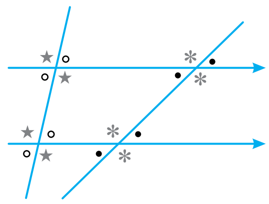
اگر دو خط، هر دو بر خطی دیگر عمود باشند، با هم موازی هستند. پس گزینه (الف) درست است.

پاسخ ۱۷ وقتی خطی دو خط موازی را قطع می‌کند زاویه‌های تند با هم و زاویه‌های باز با هم برابرند، پس گزینه (ب) درست است.

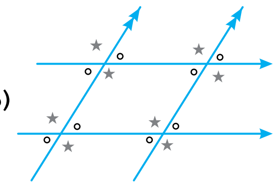
پاسخ ۱۸ چون در این حالت مجموع زاویه‌های تند و باز برابر ۱۸۰ می‌شود، آن دوخط موازی خواهند بود، پس پاسخ (الف) درست است.

پاسخ ۱۹ بـا توجه به خطوط موازی و مورب که در آن زاویه‌های تند با هم و زاویه باز با هم برابر هستند. داریم:

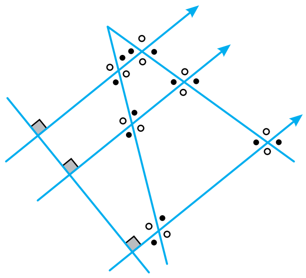
الف)



ب)

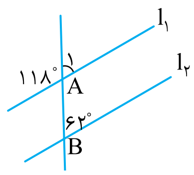


پ)



پاسخ ۲۰ اگــر دو خط موازی را خط دیگری قطع کند روی آن‌ها زاویه‌هــای برابر ایجاد می‌کند که زاویه‌های تند با هم و زاویه باز با هم برابر هستند.

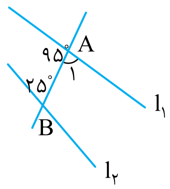
الف)



$\hat{A}=۱۸۰-۱۱۸=۶۲^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_1=\hat{B}=۶۲^\circ \Rightarrow l_1||l_2$

ب)

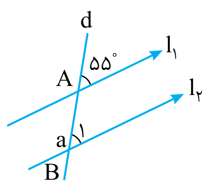


$\Rightarrow \hat{A}_1=۱۸۰-۹۵=۸۵$

$\Rightarrow \hat{A}_1 \neq \hat{B} \Rightarrow l_1 \nparallel l_2$

پاسخ ۲۱ در همه موارد از قوانین خطوط موازی و مورب استفاده می‌کنیم:

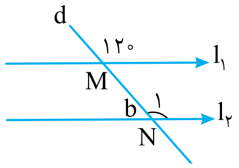
الف)



مورب $d, l_1||l_2 \Rightarrow \hat{B}_1=۵۵^\circ$

$\hat{a}+\hat{B}_1=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{a}=۱۸۰^\circ-\hat{B}_1=۱۸۰-۵۵=۱۲۵^\circ$

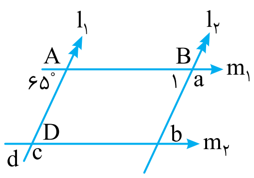
ب)



مورب $d, l_1||l_2 \Rightarrow \hat{M}=\hat{N}_1=۱۲۰^\circ$

$\hat{b}+\hat{N}_1=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{b}=۱۸۰^\circ-\hat{N}_1=۱۸۰-۱۲۰=۶۰^\circ$

پ)



مورب $m_1, l_1||l_2 \Rightarrow \hat{A}=\hat{B}_1=۶۵^\circ$

$\hat{B}_1+\hat{a}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{a}=۱۸۰^\circ-\hat{B}_1=۱۸۰^\circ-۶۵^\circ=۱۱۵^\circ$

مورب $l_2,\ m_1||m_2 \Rightarrow \hat{a}+\hat{b}=۱۸۰ \Rightarrow ۱۱۵^\circ+\hat{b}=۱۸۰^\circ$

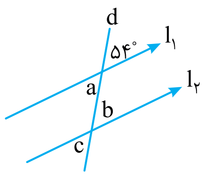
$\Rightarrow \hat{b}=۱۸۰^\circ-۱۱۵=۶۵^\circ$

مورب $m_2, l_1||l_2 \Rightarrow \hat{d}=\hat{b}=۶۵^\circ$

$\hat{d}+\hat{c}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۶۵^\circ+\hat{c}=۱۸۰^\circ$

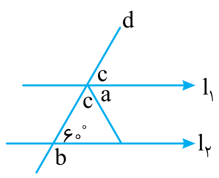
$\Rightarrow \hat{c}=۱۸۰-۶۵=۱۱۵^\circ$

ت)



مورب $d, l_1||l_2 \Rightarrow \hat{a}=\hat{b}=\hat{c}=۵۴^\circ$

ث)

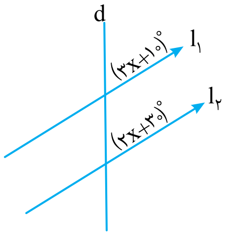


$\hat{b}+۶۰^\circ=۱۸۰ \Rightarrow \hat{b}=۱۸۰-۶۰=۱۲۰^\circ$

مورب $d, l_1||l_2 \Rightarrow \hat{c}=۶۰^\circ$

$\hat{c}+\hat{a}+\hat{c}=۱۸۰ \Rightarrow ۶۰+\hat{a}+۶۰=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{a}=۶۰^\circ$

ب)

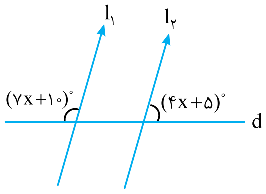


$d, l_۱ \| l_۲$ مورب $\Rightarrow \overbrace{۳x+۱۰}^{\text{زاویه‌ی تند}} = \overbrace{۲x+۳۰}^{\text{زاویه‌ی تند}}$

$\Rightarrow ۳x-۲x=۳۰-۱۰ \Rightarrow x=۲۰$

$\Rightarrow ۳x+۱۰=۳\times۲۰+۱۰=۷۰^\circ$

پ)



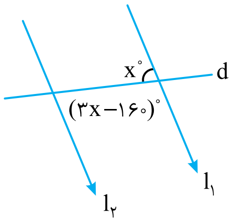
$d, l_۱ \| l_۲$ مورب $\Rightarrow \overbrace{(۷x+۱۰)}^{\text{زاویه‌ی باز}} + \overbrace{(۴x+۵)}^{\text{زاویه‌ی تند}} = ۱۸۰^\circ$

$\Rightarrow ۱۱x+۱۵=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۱۱x=۱۸۰-۱۵=۱۶۵^\circ$

$\Rightarrow x=۱۵^\circ \Rightarrow ۷x+۱۰=۷\times۱۵+۱۰=۱۲۵^\circ$

$\Rightarrow ۴x+۵=۴\times۱۵+۵=۶۵^\circ$

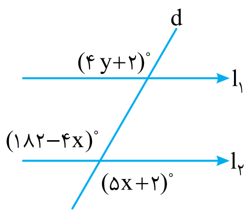
ت)



$d, l_۱ \| l_۲$ مورب $\Rightarrow \overbrace{x}^{\text{زاویه‌ی تند}} = \overbrace{۳x-۱۶۰}^{\text{زاویه‌ی تند}}$

$\Rightarrow ۱۶۰=۳x-x=۲x \Rightarrow x=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰^\circ$

ث)



برابری دو زاویه متقابل به رأس $\Rightarrow ۱۸۲-۴x=۵x+۲$

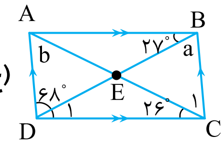
$\Rightarrow ۱۸۲-۲=۵x+۴x \Rightarrow ۱۸۰=۹x \Rightarrow x=۲۰$

$\Rightarrow ۱۸۲-۴x=۱۸۲-۴\times۲۰=۱۰۲^\circ$

$d, l_۱ \| l_۲$ مورب $\Rightarrow \overbrace{(۴y+۲)}^{\text{زاویه‌ی باز}} = \overbrace{(۱۸۲-۴x)}^{\text{زاویه‌ی باز}}$

$\Rightarrow ۴y+۲=۱۰۲ \Rightarrow ۴y=۱۰۲-۲=۱۰۰ \Rightarrow y=\frac{۱۰۰}{۴}=۲۵$

ج)



$BD, AB \| CD$ مورب $\Rightarrow \hat{D}_۱ = A\hat{B}D = ۲۷^\circ$

$\Rightarrow A\hat{D}C = A\hat{D}E + \hat{D}_۱ = ۶۸+۲۷=۹۵^\circ$

$CD, AD \| BC$ مورب $\Rightarrow A\hat{D}C + B\hat{C}D = ۱۸۰$

$\Rightarrow ۹۵+B\hat{C}D=۱۸۰ \Rightarrow B\hat{C}D=۸۵^\circ$

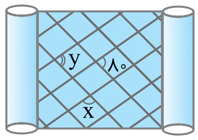
$B\hat{C}D=\hat{C}_۱+A\hat{C}D=۸۵^\circ \Rightarrow \hat{C}_۱+۲۶=۸۵^\circ$

$\Rightarrow \hat{C}_۱=۸۵-۲۶=۵۹^\circ$

$AC, BC \| AD$ مورب $\Rightarrow \hat{C}_۱=\hat{b}=۵۹^\circ$

$BD, AD \| BC$ مورب $\Rightarrow A\hat{D}E=\hat{a} \Rightarrow \hat{a}=۶۸^\circ$

چ)

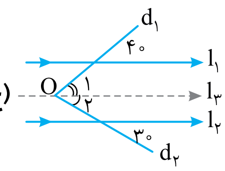


همه زاویه‌های تند با هم و همه زاویه‌های باز با هم برابرند پس $y=۸۰^\circ$. به‌علاوه مجموع هر زاویه‌ی تند و باز برابر ۱۸۰° است بنابراین:

$x+۸۰=۱۸۰ \Rightarrow x=۱۰۰^\circ$

از نقطه‌ی O، محل برخورد دو خط مورب خطی موازی با $l_۱$ و $l_۲$ رسم می‌کنیم.

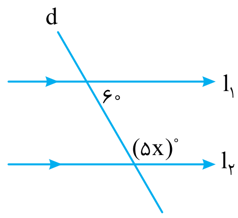
ح)



$$\left.\begin{array}{l} d_۱, l_۱ \| l_۳ \text{ مورب} \Rightarrow \hat{O}_۱=۴۰^\circ \\ d_۲, l_۲ \| l_۳ \text{ مورب} \Rightarrow \hat{O}_۲=۳۰^\circ \\ x=\hat{O}_۱+\hat{O}_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow x=۳۰+۴۰=۷۰^\circ$$

پاسخ ۲۲ با استفاده از خاصیت خطوط موازی و مورب یعنی برابری زاویه‌های تند با هم و زاویه‌های باز نیز با هم و همچنین حاصل جمع زاویه تند و باز در خطوط موازی و مورب که برابر ۱۸۰° است، همه موارد را حل می‌کنیم.

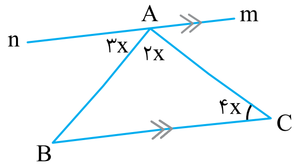
الف)



$d, l_۱ \| l_۲$ مورب $\Rightarrow ۶۰+۵x=۱۸۰ \Rightarrow ۵x=۱۸۰-۶۰=۱۲۰^\circ$

$\Rightarrow x=\frac{۱۲۰}{۵}=۲۴^\circ$

ج)

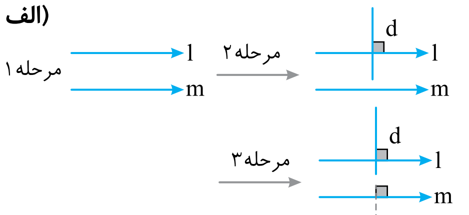


دو $\Rightarrow$ موازی و AC مورب $\Rightarrow m\hat{A}C = ۴x \Rightarrow ۳x + ۲x + ۴x = ۱۸۰^\circ$

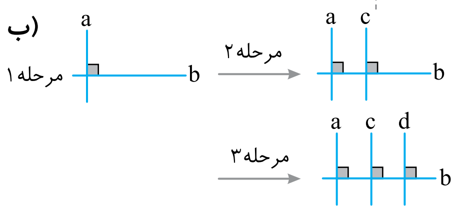
$$\Rightarrow ۹x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۲۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} n\hat{A}B = ۶۰^\circ \\ B\hat{A}C = ۴۰^\circ \\ A\hat{C}B = ۸۰^\circ \end{cases}$$

پاسخ ۲۳ با توجه به این‌که علامت (||) به معنای موازی بودن دو خط و علامت ⊥ به معنای عمود بودن دو خط بر هم می‌باشد هر مورد را رسم می‌کنیم.

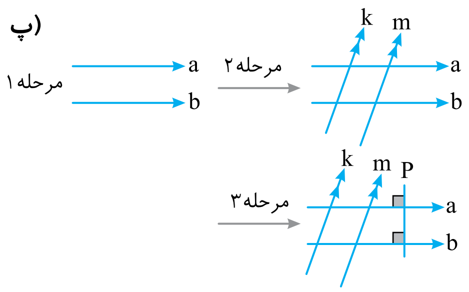
الف)



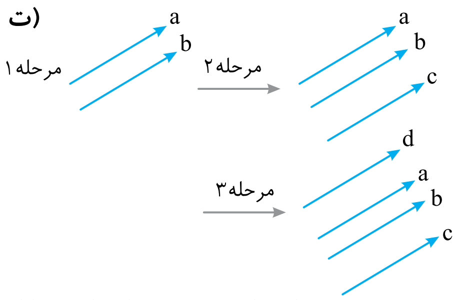
ب)



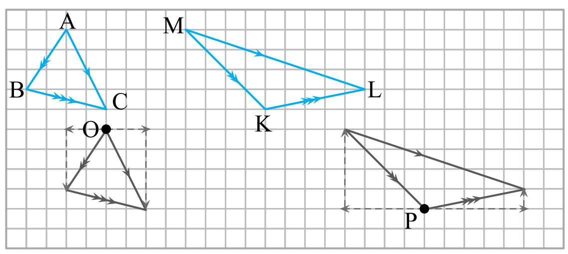
پ)



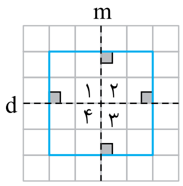
ت)



پاسخ ۲۴ برای رسم یک خط موازی از یک نقطه کافی است تا از آن نقطه برداری مساوی با ضلع یا پاره‌خط موردنظر بکشیم.

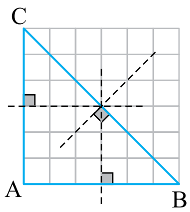


پاسخ ۲۵ **الف)** بله، خط تقارن هستند. چون اگر مربع را روی آن‌ها تا کنیم روی خود منطبق می‌شود.

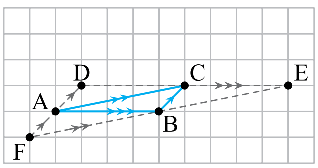


ب) اگر مربع را یک‌بار روی خط d تا بزنیم و دوباره آن را روی خط m تا بزنیم، چهار زاویهٔ ۱، ۲، ۳ و ۴ روی هم می‌افتند پس با هم مساوی‌اند و چون مجموع زاویه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ برابر ۳۶۰° است، داریم: $\hat{۱} = \hat{۲} = \hat{۳} = \hat{۴} = ۹۰^\circ$

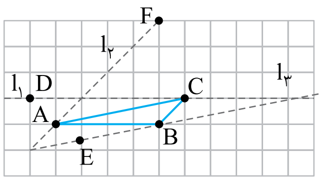
پاسخ ۲۶ عمود منصف یک پاره‌خط، هم آن را نصف می‌کند و هم بر آن عمود است. با توجه به شکل، عمودمنصف‌ها یک‌دیگر را در یک نقطه روی وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC قطع کرده‌اند.



پاسخ ۲۷ برای ساخت متوازی‌الاضلاع که سه رأس آن A، B و C باشند، رأس چهارم را باید طوری انتخاب کرد که یکی از سه حالت زیر به‌وجود آید: (AB||CD و BC||AD) یا (AB||CE و AC||BE) یا (AC||BF و BC||AF)



برای ساخت ذوزنقه‌ای که سه رأس آن A، B، C باشند، رأس چهارم را باید طوری انتخاب کرد که یکی از سه حالت زیر به‌وجود آید: فقط AB||CD یا فقط AF||BC یا فقط AC||BE، پس رأس چهارم روی خطوط l_1، l_2، l_3 قرار دارد.



اما برای ساخت ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین فقط نقاط D، E و F مشخص شده درست هستند.

پاسخ ۲۸ طبق تعریف، به چهارضلعی که ضلع‌های روبه‌روی آن دو به دو با هم موازی‌اند، متوازی‌الاضلاع می‌گویند. پس گزینه ب صحیح است.

پاسخ ۲۹ در همهٔ متوازی‌الاضلاع‌ها قطرها یک‌دیگر را نصف می‌کنند اما ممکن است با هم برابر نباشند. پس گزینه الف درست است.

پاسخ ۳۰ مربع نوعی لوزی است، پس قطرهایش بر هم عمودند. هر مربع نوعی مستطیل است، پس قطرهایش یک‌دیگر را نصف می‌کنند. بنابراین در هر مربع قطرها عمودمنصف یک‌دیگرند. پس گزینه الف درست است.

پاسخ ۳۱ به متوازی‌الاضلاعی که یک زاویه قائمه دارد، مستطیل می‌گویند. پس گزینه ب درست است.